

Задача по теме 6

«Ряды динамики»

Производство продуктов земледелия в регионе характеризуется следующими данными:

Годы	Производство овощей, млн. т
2008	15
2009	20
2010	26
2011	25
2012	12
2013	25
2014	24
2015	28
2016	26
2017	27
2018	27
2019	30
2020	29
2021	32

Для анализа ряда динамики определите:

- 1) Показатели, характеризующие динамику производства продуктов земледелия: абсолютный прирост, ускорение, темпы роста и прироста. Результаты расчетов изложите в табличной форме;
- 2) средний уровень ряда динамики, средний абсолютный прирост, средний темп роста, средний темп прироста;
- 3) тип тренда выравниванием ряда динамики с помощью метода скользящей средней по трем и пяти членам.

Сделайте выводы по каждому пункту и по всей задаче в целом.

Решение:

- 1) Показатели, характеризующие динамику производства продуктов земледелия: абсолютный прирост, ускорение, темпы роста и прироста. Результаты расчетов изложите в табличной форме;

Годы	Производство овощей, млн. т	Абсолютный прирост		Темп роста		Темп прироста		Абсолютное содержание 1% прироста
		цепной	базисный	цепной	базисный	цепной	базисный	
2008	15	-	-	100	100	-	-	-
2009	20	5	5	133.33	133.33	33.33	33.33	0.15
2010	26	6	11	130	173.33	30	73.33	0.2
2011	25	-1	10	96.15	166.67	-3.85	66.67	0.26

2012	12	-13	-3	48	80	-52	-20	0.25
2013	25	13	10	208.33	166.67	108.33	66.67	0.12
2014	24	-1	9	96	160	-4	60	0.25
2015	28	4	13	116.67	186.67	16.67	86.67	0.24
2016	26	-2	11	92.86	173.33	-7.14	73.33	0.28
2017	27	1	12	103.85	180	3.85	80	0.26
2018	27	0	12	100	180	0	80	0.27
2019	30	3	15	111.11	200	11.11	100	0.27
2020	29	-1	14	96.67	193.33	-3.33	93.33	0.3
2021	32	3	17	110.34	213.33	10.34	113.33	0.29

В 2021 по сравнению с 2020 производство продуктов земледелия увеличилось на 3 млн. т или на 10.3%.

Максимальный прирост наблюдается в 2013 (13 млн. т).

Минимальный прирост зафиксирован в 2012 (-13 млн. т).

Темп наращивания показывает, что тенденция ряда возрастающая, что свидетельствует об ускорении производства продуктов земледелия.

В 2021 по сравнению с 2008 производство продуктов земледелия увеличилось на 17 млн. т или на 113.3%.

2) средний уровень ряда динамики, средний абсолютный прирост, средний темп роста, средний темп прироста;

Средний уровень ряда динамики:

$$\bar{y} = \frac{\sum y_i}{n} = \frac{346}{14} = 24.71$$

Среднее значение производства овощей с 2008 по 2021 составило 24.71 млн. т

Средний темп роста

$$\bar{T}_p = \sqrt[n-1]{\frac{y_n}{y_1}} = \sqrt[13]{\frac{32}{15}} = 1.06$$

В среднем за весь период рост анализируемого показателя составил 1.06.

Средний темп прироста:

$$\bar{T}_{np} = \bar{T}_p - 1 = 1.06 - 1 = 0.06$$

В среднем производство продуктов земледелия с каждым периодом увеличивалась на 6%.

Средний абсолютный прирост.

$$\overline{dy} = \frac{y_n - y_1}{n-1} = \frac{32-15}{13} = 1.31$$

С каждым периодом производство продуктов земледелия в среднем увеличивалось на 1.31 млн. т

3) тип тренда выравниванием ряда динамики с помощью метода скользящей средней по трем и пяти членам.

t	y	y _s	Формула	(y - y _s) ²
1	15	-	-	-
2	20	20.333	(15 + 20 + 26)/3	0.111
3	26	23.667	(20 + 26 + 25)/3	5.444
4	25	21	(26 + 25 + 12)/3	16
5	12	20.667	(25 + 12 + 25)/3	75.111
6	25	20.333	(12 + 25 + 24)/3	21.778
7	24	25.667	(25 + 24 + 28)/3	2.778
8	28	26	(24 + 28 + 26)/3	4
9	26	27	(28 + 26 + 27)/3	1
10	27	26.667	(26 + 27 + 27)/3	0.111
11	27	28	(27 + 27 + 30)/3	1
12	30	28.667	(27 + 30 + 29)/3	1.778
13	29	30.333	(30 + 29 + 32)/3	1.778
14	32	-	-	-
				130.889

Стандартная ошибка (погрешность) рассчитывается по формуле:

$$e_t = \sqrt{\frac{\sum (y_i - S_{i-1})^2}{m}} = \sqrt{\frac{130.89}{3}} = 6.605 < 10\%, \text{ точность прогноза высокая}$$

t	y	y _s	Формула	(y - y _s) ²
1	15	-	-	-
2	20	-	-	-
3	26	19. 6	(15 + 20 + 26 + 25 + 12)/5	40.96
4	25	21. 6	(20 + 26 + 25 + 12 + 25)/5	11.56
5	12	22. 4	(26 + 25 + 12 + 25 + 24)/5	108.16
6	25	22. 8	(25 + 12 + 25 + 24 + 28)/5	4.84
7	24	23	(12 + 25 + 24 + 28 + 26)/5	1
8	28	26	(25 + 24 + 28 + 26 + 27)/5	4
9	26	26. 4	(24 + 28 + 26 + 27 + 27)/5	0.16
1 0	27	27. 6	(28 + 26 + 27 + 27 + 30)/5	0.36
1 1	27	27. 8	(26 + 27 + 27 + 30 + 29)/5	0.64
1 2	30	29	(27 + 27 + 30 + 29 + 32)/5	1
1 3	29	-	-	-
1 4	32	-	-	-
				172.68

Стандартная ошибка (погрешность) рассчитывается по формуле:

$$e_t = \sqrt{\frac{\sum (y_i - S_{i-1})^2}{m}} = \sqrt{\frac{172.68}{5}} = 5.877 < 10\%, \text{ точность прогноза высокая}$$

Вывод: В 2021 по сравнению с 2020 производство продуктов земледелия увеличилось на 3 млн. т или на 10.3%.

Максимальный прирост наблюдается в 2013 (13 млн. т).

Минимальный прирост зафиксирован в 2012 (-13 млн. т).

Темп наращивания показывает, что тенденция ряда возрастающая, что свидетельствует об ускорении производства продуктов земледелия.

В 2021 по сравнению с 2008 производство продуктов земледелия увеличилось на 17 млн. т или на 113.3%.

Среднее значение производства овощей с 2008 по 2021 составило 24.71 млн. т

В среднем за весь период рост анализируемого показателя составил 1.06.

В среднем производство продуктов земледелия с каждым периодом увеличивалась на 6%.

С каждым периодом производство продуктов земледелия в среднем увеличивалось на 1.31 млн. т

Точность прогноза по скользящей средней высокая.

Задача по теме 4

«Обобщающие показатели и сводные характеристики совокупности»

Известны данные о распределении населения города по размеру среднедушевого дохода в 2021 г.

Среднедушевой доход в месяц, у.е.	Количество человек, чел.
До 50	1200
50-100	4100
100-150	12000
150-200	25000
200-300	13000
300-400	28000
400-500	16300
500-600	12100
600-700	10100
700-800	9200
800-900	5900
900-1000	2800
Свыше 1000	1900

Рассчитать:

- 1) средний душевой доход в городе
- 2) медиану распределения дохода
- 3) квартили распределения дохода
- 4) децили распределения дохода
- 5) моду распределения дохода
- 6) размах вариации
- 7) среднее линейное отклонение по доходу
- 8) дисперсию и среднеквадратическое отклонение дохода
- 9) коэффициенты вариации, осцилляции и асимметрии.

Сделать выводы по каждому пункту и по всей задаче в целом об однородности совокупности.

Решение:

Среднедушевой доход в месяц, у.е.	Середина интервала, $x_{\text{центр}}$	Кол-во человек, f_i	$x_i \cdot f_i$	Накопленная частота, S	$ x - x_{\text{cp}} \cdot f_i$	$(x - x_{\text{cp}})^2 \cdot f_i$
0 - 50	25	1200	30000	1200	447860.169	167148942.847

50 - 100	75	4100	307500	5300	1325188.912	428323330.153
100 - 150	125	12000	1500000	17300	3278601.695	895769089.492
150 - 200	175	25000	4375000	42300	5580420.198	1245643583.334
200 - 300	250	13000	3250000	55300	1926818.503	285586887.91
300 - 400	350	28000	9800000	83300	1350070.621	65096095.82
400 - 500	450	16300	7335000	99600	844066.031	43708433.424
500 - 600	550	12100	6655000	111700	1836576.624	278761462.554
600 - 700	650	10100	6565000	121800	2543010.24	640287235.774
700 - 800	750	9200	6900000	131000	3236405.367	1138513010.983
800 - 900	850	5900	5015000	136900	2665520.833	1204237510.667
900 - 1000	950	2800	2660000	139700	1544992.938	852501135.006
1000 - 1100	1050	1900	1995000	141600	1238388.065	807160526.034
Итого		141600	56387500		27817920.198	8052737243.997

1) Средний душевой доход в городе равен 398,217 у.е.

$$\bar{x} = \frac{\sum x_i \cdot f_i}{\sum f_i} = \frac{56387500}{141600} = 398.217$$

2) Медиана распределения дохода

$$Me = x_0 + \frac{h}{f_{me}} \left(\frac{\sum f_i}{2} - S_{me-1} \right)$$

$$Me = 300 + \frac{100}{28000} \left(\frac{141600}{2} - 55300 \right) = 355.357$$

Таким образом, 50% единиц совокупности будут меньше по величине 355.357.

3) квартили распределения дохода

$$Q_1 = x_0 + \frac{h}{f_{me}} \left(\frac{\sum f_i}{4} - S_{me-1} \right)$$

$$Q_1 = 150 + \frac{50}{25000} \left(\frac{141600}{4} - 17300 \right) = 186.2$$

Таким образом, 25% единиц совокупности будут меньше по величине 186.2
 Q_2 совпадает с медианой, $Q_2 = 355.357$

$$Q_3 = x_0 + \frac{h}{f_{me}} \left(\frac{3 \sum f_i}{4} - S_{me-1} \right)$$

$$Q_3 = 500 + \frac{100}{12100} \left(\frac{3 \cdot 141600}{4} - 99600 \right) = 554.545$$

Остальные 25% превосходят значение 554.545.

4) децили распределения дохода

Децили – это значения признака в ранжированном ряду распределения, выбранные таким образом, что 10% единиц совокупности будут меньше по величине D1; 80% будут заключены между D1 и D9; остальные 10% превосходят D9

$$D_1 = x_0 + \frac{h}{f_{me}} \left(\frac{\sum f_i}{10} - S_{me-1} \right)$$

$$D_1 = 100 + \frac{50}{12000} \left(\frac{141600}{10} - 5300 \right) = 136.917$$

Таким образом, 10% единиц совокупности будут меньше по величине 136.917

$$D_9 = x_0 + \frac{h}{f_{me}} \left(\frac{9 \sum f_i}{10} - S_{me-1} \right)$$

$$D_9 = 700 + \frac{100}{9200} \left(\frac{9 \cdot 141600}{10} - 121800 \right) = 761.304$$

Остальные 10% превосходят 761.304

5) моду распределения дохода

$$Mo = x_0 + h \frac{f_2 - f_1}{(f_2 - f_1) + (f_2 - f_3)}$$

где x_0 – начало модального интервала; h – величина интервала; f_2 – частота, соответствующая модальному интервалу; f_1 – предмодальная частота; f_3 – послемодальная частота.

Выбираем в качестве начала интервала 300, так как именно на этот интервал приходится наибольшее количество.

$$Mo = 300 + 100 \frac{28000 - 13000}{(28000 - 13000) + (28000 - 16300)} = 356.18$$

Наиболее часто встречающееся значение ряда – 356.18

б) размах вариации

Размах вариации - разность между максимальным и минимальным значениями признака первичного ряда.

$$R = x_{\max} - x_{\min} = 1100 - 0 = 1100$$

7) среднее линейное отклонение по доходу

$$d_i = \frac{\sum |x_i - \bar{x}| \cdot f_i}{\sum f_i} = \frac{27817920 \cdot 198}{141600} = 196.454$$

Каждое значение ряда отличается от другого в среднем на 196.454

8) дисперсию и среднеквадратическое отклонение дохода

$$D = \frac{\sum (x_i - \bar{x})^2 f_i}{\sum f_i} = \frac{8052737243.997}{141600} = 56869.613$$

$$\sigma = \sqrt{D} = \sqrt{56869.613} = 238.474$$

Каждое значение ряда отличается от среднего значения 398.217 в среднем на 238.474
9) коэффициенты вариации, осцилляции и асимметрии

Коэффициент вариации

$$v = \frac{\sigma}{\bar{x}} = \frac{238.474}{398.217} \cdot 100\% = 59.89\%$$

Поскольку $v > 30\%$, но $v < 70\%$, то вариация умеренная.

Коэффициент осцилляции

$$Kr = \frac{R}{\bar{x}} = \frac{1100}{398.217} \cdot 100\% = 276.23\%$$

Степень асимметрии.

моментный коэффициент асимметрии.

$$As = M_3/s^3$$

где M_3 - центральный момент третьего порядка.

s - среднеквадратическое отклонение.

$$M_3 = 1377762347471.5/141600 = 9729960.08$$

$$As = \frac{9729960.08}{238.474^3} = 0.717$$

Положительная величина указывает на наличие правосторонней асимметрии

Выводы:

Каждое значение ряда отличается от среднего значения 398.217 в среднем на 238.474.
Среднее значение примерно равно моде и медиане, что свидетельствует о нормальном распределении выборки.

Поскольку коэффициент вариации находится в пределах [30%; 70%], то вариация умеренная.

Значения As мало отличаются от нуля. Поэтому можно предположить близость данной выборки к нормальному распределению.